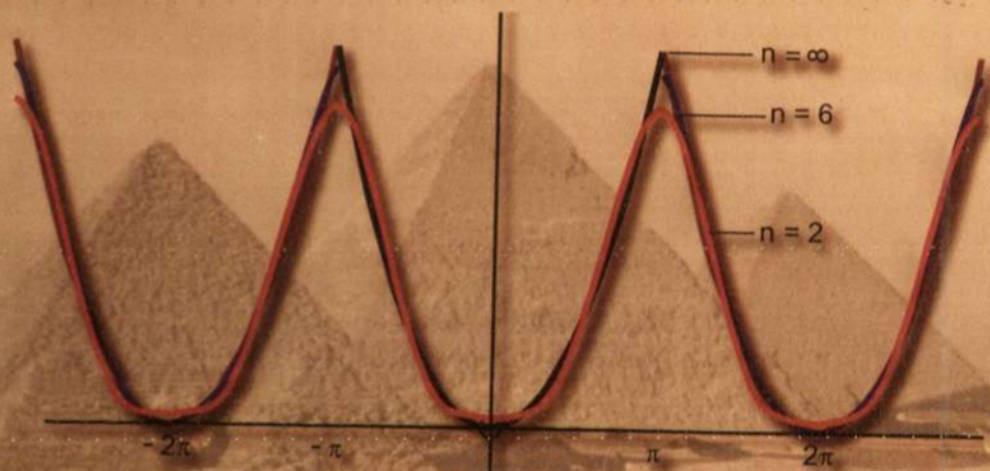


LÊ ĐÌNH ĐỊNH

Ôn luyện TOÁN CAO CẤP



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LÊ ĐÌNH ĐỊNH

ÔN LUYỆN
TOÁN CAO CẤP

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
LỜI NÓI ĐẦU	5

Phần I. ĐẠI SỐ VÀ HÌNH GIẢI TÍCH

§ 1. MA TRẬN	7
§ 2. ĐỊNH THỨC	13
§ 3. HẠNG CỦA MA TRẬN. MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO	20
§ 4. HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH	28
§ 5. DẠNG TOÀN PHƯƠNG	37
§ 6. VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ	48
§ 7. MẶT PHẪNG VÀ ĐƯỜNG THẲNG	57
§ 8. ĐƯỜNG BẬC HAI	74
§ 9. MẶT BẬC HAI	87
HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP SỐ	97

Phần II. PHÉP TÍNH VI PHÂN

§ 1. GIỚI HẠN HÀM SỐ	105
§ 2. TÍNH LIÊN TỤC CỦA HÀM SỐ	114
§ 3. ĐẠO HÀM	118
§ 4. VI PHÂN	132
§ 5. QUY TẮC LÔPITAN KHỬ DẠNG VÔ ĐỊNH	139
§ 6. ĐỊNH LÝ RÔN, LAGRĂNG, CÔSI VÀ CÔNG THỨC TAYLO	143
§ 7. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ	148
§ 8. CỰC TRỊ CỦA HÀM HAI BIẾN	149
§ 9. ĐẠO HÀM THEO HƯỚNG	157
HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP SỐ	159

Phần III. TÍCH PHÂN MỘT LỚP VÀ TÍCH PHÂN PHỤ THUỘC THAM SỐ

§ 1. NGUYÊN HÀM.....	162
§ 2. TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH.....	199
§ 3. TÍCH PHÂN SUY RỘNG VÀ TÍCH PHÂN PHỤ THUỘC THAM SỐ	209
HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP SỐ	218

Phần IV. TÍCH PHÂN BỘI, TÍCH PHÂN ĐƯỜNG VÀ TÍCH PHÂN MẶT

§ 1. TÍCH PHÂN HAI VÀ BA LỚP	221
§ 2. TÍCH PHÂN ĐƯỜNG VÀ TÍCH PHÂN MẶT	240
HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP SỐ	253

Phần V. CHUỖI SỐ, CHUỖI HÀM VÀ CHUỖI LŨY THỪA

§ 1. CHUỖI SỐ	256
§ 2. CHUỖI HÀM.....	265
§ 3. CHUỖI LŨY THỪA.....	270
HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP SỐ	286

Phần VI. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

§ 1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN THƯỜNG	287
§ 2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN	316
HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP SỐ	324
TÀI LIỆU THAM KHẢO	327

Lời nói đầu

Trong những năm gần đây, ở hầu hết các trường đại học trong toàn quốc, việc dạy và học môn Toán cao cấp đều được thực hiện theo tín chỉ. Thời gian dạy và học trên lớp được rút ngắn, sinh viên phải tự học ở nhà. Hơn thế nữa, đối với các học viên thi cao học, do thời gian ôn tập có hạn nên việc ôn tập môn này khá vất vả. Trước tình hình này, chúng tôi biên soạn cuốn **Ôn luyện Toán cao cấp** nhằm giúp các bạn sinh viên, học viên ôn tập hiệu quả hơn. Khi biên soạn cuốn sách này, tác giả đã dựa theo Đề cương hiện đang được dạy và học theo tín chỉ và Đề cương ôn tập môn Toán cao cấp cho học viên thi vào cao học ở Đại học Quốc gia Hà Nội.

Tài liệu gồm sáu phần:

- Phần I: *Đại số và hình giải tích;*
- Phần II: *Phép tính vi phân;*
- Phần III: *Tích phân một lớp và tích phân phụ thuộc tham số;*
- Phần IV: *Tích phân bội, tích phân đường và tích phân mặt;*
- Phần V: *Chuỗi số, chuỗi hàm và chuỗi lũy thừa;*
- Phần VI: *Phương trình vi phân.*

Trong mỗi phần trình bày các khái niệm, định nghĩa, các kết quả cơ bản về lý thuyết, giải các ví dụ mẫu và bài tập tương ứng, hướng dẫn và đáp số của bài tập được trình bày ở cuối mỗi phần.

Tài liệu này đã được tác giả và đồng nghiệp thực hiện giảng dạy ở các trường đại học và giúp các học viên cao học ôn tập hiệu quả.

Với gần ba mươi năm tham gia giảng dạy môn này, tác giả hy vọng những vấn đề trình bày trong sách sẽ giúp ích được nhiều cho các bạn sinh viên và học viên cao học. Đồng thời sách là tài liệu giảng dạy hữu ích cho các đồng nghiệp thực hiện theo tín chỉ.

Tác giả mong nhận được những ý kiến đóng góp của bạn đọc để cuốn sách ngày càng hoàn thiện hơn. Thư góp ý xin gửi về Công ty Cổ phần Sách Đại học – Dạy nghề, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 25 Hàn Thuyên, Hà Nội.

Xin chân thành cảm ơn!

TÁC GIẢ

ĐẠI SỐ VÀ HÌNH GIẢI TÍCH

§1. MA TRẬN

1.1. ĐỊNH NGHĨA MA TRẬN

Một bảng hình chữ nhật có m hàng và n cột, gồm $m \times n$ số được gọi là *ma trận* chữ nhật cỡ $m \times n$ và viết

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \text{ hoặc } \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix},$$

$$\text{hoặc } \left\| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{array} \right\|.$$

Để nói A là ma trận cỡ $m \times n$ có phần tử a_{ij} nằm ở hàng i , cột j ta viết

$$A = (a_{ij})_{m \times n}.$$

Hai ma trận gọi là *bằng nhau* nếu chúng cùng cỡ và các phần tử cùng vị trí bằng nhau.

1.2. MỘT SỐ DẠNG MA TRẬN THƯỜNG GẶP

a) **Ma trận vuông** là ma trận có số hàng và số cột bằng nhau, tức là $m = n$, có dạng

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Ma trận vuông cỡ $n \times n$ còn được gọi là *ma trận cấp n* .

Các phần tử $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ gọi là các *phần tử chéo*.

b) Ma trận cột là ma trận có một cột ($n=1$):

$$A = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}.$$

c) Ma trận hàng là ma trận có một hàng ($m=1$):

$$B = (b_1, b_2, \dots, b_n).$$

d) Ma trận tam giác trên là ma trận cấp n có dạng

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

trong đó $a_{ij} = 0$ nếu $i > j$.

e) Ma trận tam giác dưới là ma trận cấp n có dạng

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

trong đó $a_{ij} = 0$ nếu $i < j$.

f) Ma trận đường chéo là ma trận cấp n có dạng

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

trong đó $a_{ij} = 0$ nếu $i \neq j$.